

10. W tabeli (dane: Hiroshima.csv) podana jest liczba zgonów spowodowanych białaczką lub innymi postaciami raka w zależności od dawki napromieniowania (w radach) wśród osób, które przeżyły bombardowanie Hiroszimy. Dane dotyczą zgonów w okresie 1950-1959 wśród osób w wieku 25 - 64 lat, które przeżyły bombardowanie. Zastosuj odpowiedni model do opisu związku pomiędzy dawką napromieniowania a prawdopodobieństwem zgonu z powodu białaczki.

| napromieniowanie | 0   | 1 - 9 | 10 - 49 | 50 - 99 | 100 - 199 | 200 + |
|------------------|-----|-------|---------|---------|-----------|-------|
| białaczka        | 13  | 5     | 5       | 3       | 4         | 18    |
| inne             | 378 | 200   | 151     | 47      | 31        | 33    |

11. Dana jest tabela kontyngencji  $2 \times 2$  dla eksperymentu prospektywnego\*, w którym niektórzy badani zostali poddani działaniu czynnika szkodliwego. Po kilku latach podzielono ich na grupy w zależności od obecności objawów badanej choroby. W tabeli podane są prawdopodobieństwa wystąpienia konfiguracji czynnika i zachorowania. Stosunek szans zachorowania dla każdej z grup wynosi  $O_i = \frac{\pi_i}{1-\pi_i}$  dla  $i = 1, 2$ .

|                   | chorzy  | zdrowi      |
|-------------------|---------|-------------|
| czynnik szkodliwy | $\pi_1$ | $1 - \pi_1$ |
| brak czynnika     | $\pi_2$ | $1 - \pi_2$ |

Dla tabeli określa się iloraz krzyżowy

$$\phi = \frac{O_1}{O_2} = \frac{\pi_1(1 - \pi_2)}{\pi_2(1 - \pi_1)}$$

który jest miarą względnej wiarygodności wystąpienia choroby w grupie z występującym czynnikiem szkodliwym i z brakiem takiego czynnika.

(A) Pokaż, że dla prostego modelu logistycznego  $\text{logit}(\pi_j) = \beta_j$  równość  $\beta_1 = \beta_2$  zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy  $\phi = 1$ .

(B) Rozważ  $J$  tabel  $2 \times 2$  takich, jak powyższa, odpowiadających poziomowi  $x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, J$ ) czynnika (np wiek). Pokaż, że dla modelu logistycznego

$$\text{logit}(\pi_{ij}) = \alpha_i + \beta_i x_j, \quad i = 1, 2, j = 1, 2, \dots, J$$

$\phi$  jest stałe wtedy i tylko wtedy gdy  $\beta_1 = \beta_2$

\*eksperyment, przeprowadzony przez pewien okres czasu na grupie jednorodnych jednostek w celu ujawnienia wpływu wybranych czynników na badaną wielkość, na przykład pojawienie się jakiejś choroby; p. hasło w Wikipedii *Prospective cohort study*

12. W tabeli (dane: absolwenci.xls) podana jest liczba absolwentów z lat 1938 - 1947 różnych wydziałów Uniwersytetu w Adelajdzie, którzy przeżyli co

najmniej 50 lat po ukończeniu studiów. Czy prawdopodobieństwo przeżycia 50 lat od ukończenia studiów jest:

(A) zależne od roku ukończenia studiów?

(B) zależne od wydziału?

(C) zależne od płci?

| rok  | M  |    |    |    |    |    |    |    | K  |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|      | M  |    | A  |    | S  |    | I  |    | A  |    | S  |    |
|      | S  | T  | S  | T  | S  | T  | S  | T  | S  | T  | S  | T  |
| 1938 | 18 | 22 | 16 | 30 | 9  | 14 | 10 | 16 | 14 | 19 | 1  | 1  |
| 1939 | 16 | 23 | 13 | 22 | 9  | 12 | 7  | 11 | 11 | 16 | 4  | 4  |
| 1940 | 7  | 17 | 11 | 25 | 12 | 19 | 12 | 15 | 15 | 18 | 6  | 7  |
| 1941 | 12 | 25 | 12 | 14 | 12 | 15 | 8  | 9  | 15 | 21 | 3  | 3  |
| 1942 | 24 | 50 | 8  | 12 | 20 | 28 | 5  | 7  | 8  | 9  | 4  | 4  |
| 1943 | 16 | 21 | 11 | 20 | 16 | 21 | 1  | 2  | 13 | 13 | 8  | 9  |
| 1944 | 22 | 32 | 4  | 10 | 25 | 31 | 16 | 22 | 18 | 22 | 5  | 5  |
| 1945 | 12 | 14 | 4  | 12 | 32 | 38 | 19 | 25 | 18 | 22 | 16 | 17 |
| 1946 | 22 | 34 |    |    | 4  | 5  |    |    | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 1947 | 28 | 37 | 13 | 23 | 25 | 31 | 25 | 35 | 13 | 16 | 10 | 10 |

Legenda:

M - mężczyźni, K- kobiety

M - Medycyna, A - Artystyczny, S - Nauk ścisłych, I - Inżynieria

S - przeżyli, T - całkowita liczba absolwentów